NOVEMBER/DECEMBER 2025

23UMA42 — ELEMENTS OF MATHEMATICAL ANALYSIS

Time : Three hours Maximum : 75 marks



SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.

1. Define equality of Sets.
கணங்களின் சமத்துவத்தை வரையறு.

2. Define odd function.
ஒற்றைப்படை சார்பை வரையறு.

3. Define sub sequence.
உட்தொடர்வரிசையை வரையறு.

4. Define Limit of a sequence.
ஒரு தொடர்வரிசையின் எல்லையை வரையறு.

5. Define Cauchy sequence.
காச்சி தொடர்வரிசையை வரையறு.

6. Define Limit inferior.
கீழ்நிலை எல்லையை வரையறு.

7. Define Series.
தொடரை வரையறு.

8. Define Alternating Series.
ஆடற்றொடரை வரையறு.

9. Define Limit of a function on a real line.
மெய்யெண் கோட்டில் மீது ஒரு சார்பின் எல்லையை வரையறு.

10. Define metric space.
மெட்ரிக் வெளியை வரையறு.

SECTION B — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer ALL questions.

11. (a) If A, B are subset of S_1 then $(A \cup B)' = A' \cap B'$.

S_1 இன் உட்கணம் A, B எனில் $(A \cup B)' = A' \cap B'$ என நிறுவுக.

Or

(b) If $f: A \to B$ and $X \subset B$, $Y \subset B$ then $f^{-1}(X \cup Y) = f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$.

$f: A \to B$ மற்றும் $X \subset B$, $Y \subset B$ எனில் $f^{-1}(X \cup Y) = f^{-1}(X) \cup f^{-1}(Y)$ என நிறுவுக.



19. Prove that the series $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}\right)$ is divergent.

$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}\right)$ என்னும் தொடர் விரியும் என நிறுவுக.

20. Let $\langle M, p\rangle$ be a metric space, If $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ is a convergent sequence of points of M, then $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ is Cauchy.

$\langle M, p\rangle$ ஒரு மெட்ரிக் வெளி என்க. M ன் புள்ளிகளின் மீது $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ ஒருங்கும் வரிசை தொடர்வரிசை எனில் $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ ஒரு காச்சியின் தொடர்வரிசை என நிறுவுக.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. A non-decreasing sequence which is bounded above is convergent.

மேல் எல்லையுடைய குறைவுறா தொடர்வரிசை ஒருங்கும் என நிறுவுக.

17. If the sequence of real numbers $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ convergent to L, then $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ cannot also convergence to a limit distinct from L. i.e. if $\lim_{n\to\infty} S_n = L$ and $\lim_{n\to\infty} S_n = M$ then $L = M$.

$\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ என்ற மெய்யெண்களின் தொடர்வரிசை L-ற்கு ஒருங்கும் எனில் $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$. L இலிருந்து வேறுபட்ட ஒரு எல்லைக்கு ஒருங்கு முடியாது என நிறுவுக. அதாவது $\lim_{n\to\infty} S_n = L$ மற்றும் $\lim_{n\to\infty} S_n = M$ எனில் $L = M$ என நிறுவுக.

18. If $\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ is a convergent sequence of real numbers, then $\limsup_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} S_n$.

$\{s_n\}_{n=1}^{\infty}$ என்ற மெய்யெண்களின் ஒருங்கும் தொடர்வரிசை எனில் $\limsup_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} S_n$ என நிறுவுக.

Shanmuga Industries Arts & Science College T.V.Malai

12. (a) Prove that the sequence $\left\{\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\right\}_{n=1}^{\infty}$ is convergent.

$\left\{\left(1+\frac{1}{n}\right)^n\right\}_{n=1}^{\infty}$ என்னும் தொடர்வரிசை ஒருங்கும் என நிறுவுக.

Or

(b) If $S = \{S_n\}_{n=1}^{\infty}$ be a sequence of real numbers then S has a monotone subsequence.

$S = \{S_n\}_{n=1}^{\infty}$ என்பது மெய்யெண்களின் தொடர்வரிசை எனில் S இன் ஒரு ஓரியல்பு உட்தொடர்வரிசை இருக்கும் என நிறுவுக.

13. (a) If $\{S_n\}_{n=1}^{\infty}$ is a sequence of real numbers if $C \in R$ and if $\lim_{n\to\infty} Sn = L$ then $\lim_{n\to\infty} C\,Sn = CL$.

$\{S_n\}_{n=1}^{\infty}$ $C \in R$ மற்றும் $\lim_{n\to\infty} Sn = L$ எனில் $\lim_{n\to\infty} C\,Sn = CL$ என நிரூபி.

Or